

Stochastyczna analiza graniczna – przegląd zastosowań

Stochastic Frontier Analysis – the areas of applications

Katarzyna Wardzińska

Politechnika Białostocka, Wydział Zarządzania, Katedra Informatyki Gospodarczej
i Logistyki

Abstract

The purpose of this article is one of the benchmarking methods - SFA (Stochastic Frontier Analysis) and overview of the areas of applications. This article discussed the idea of the method and the basis of economics. The literature review of previous achievements on the areas of application was researched. SFA is compared to most popular DEA method (Data Envelopment Analysis). The interest method over the last decade and the industries that are the subject of analysis is presented. The summary contains the conclusions of the analysis.

Keywords: stochastic frontier analysis, SFA, DEA, technical efficiency, cost efficiency

Wstęp

W dzisiejszych czasach, charakteryzujących się dużą i agresywną konkurencją, każda jednostka funkcjonująca na rynku, zmuszona jest do szczegółowego przyglądania się uzyskiwanym przez siebie wynikom, jak również osiągnięciom swoich konkurentów. Bezpośrednie porównywanie np. wielkości sprzedaży nie daje jednak na ogół wystarczających informacji. Na te potrzeby nauka dostarcza nam szeregu metod wspomagających ocenę efektywności bazujących na analizie działalności przedsiębiorstw na tle ich konkurencji (Kozieradzka, Lis 2000).

Jednym z przykładów takich metod są wykorzystywane w benchmarkingu: analiza obwiedni danych (DEA – Data Envelopment Analysis), skorygowana me-

toda najmniejszych kwadratów (COLS – Corrected Ordinary Least Squares) czy też będąca przedmiotem rozważań artykułu – stochastyczna analiza graniczna (SFA – Stochastic Frontier Analysis).

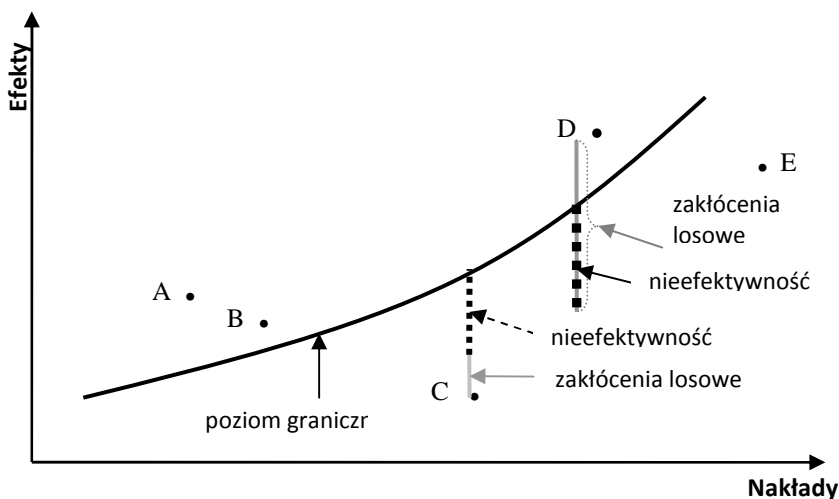
Celem artykułu jest zaprezentowanie jednej z tych metod – stochastycznej analizy granicznej oraz usystematyzowanie wiedzy na temat obszarów jej wykorzystania w Polsce i na świecie. Omówiono ideę metody oraz podstawy ekonomiczne. Poruszono tematykę efektywności technicznej i kosztowej oraz związanych z tym pojęć produkcji granicznej i kosztu granicznego. Dokonany został przegląd dotychczasowego dorobku literaturowego dotyczącego wykorzystania metody SFAna tle zastosowań analizy obwiedni danych (DEA – Data Envelopment Analysis). Przeanalizowano zainteresowanie metodą w ostatnim dziesięcioleciu oraz branżę będące przedmiotem analiz. W podsumowaniu zawarto wnioski z analizy.

1. Stochastyczna analiza graniczna

Stochastyczna analiza graniczna pozwala na opis relacji w danej branży przez porównywanie nakładów i efektów działalności jednostek z uwzględnieniem występowania dwóch składników w danych: czynnika losowego i nieefektywności (Ruggiero 1999). W rozdziale pokazano miejsce SFA w klasyfikacji metod benchmarkingowych oraz omówiono główną ideę metody.

SFA należy do grupy metod wykorzystywanych w benchmarkingu. Zaliczana jest do metod całościowych, a więc stosowanych do oceny ogólnej działalności przedsiębiorstwa, poprzez określanie różnych zależności pomiędzy nakładami a efektami. SFA jest metodą graniczną, czyli opartą na założeniu, że wszystkie jednostki powinny być zdolne do działania na określonym poziomie efektywności. Poziom ten, zwany często granicznym jest wyznaczony przez wzorcowe, efektywnie działające jednostki danego sektora. Stanowią one odniesienie dla pozostałych, wskazując na docelowy zakres (granice) poprawy efektywności. Obiekty wzorcowe, to takie, które tworzą wzorcowy poziom efektywności, to znaczy, że przy najmniejszych nakładach wejściowych osiągają najlepsze wyniki lub przy określonych nakładach ponoszą najniższe koszty. SFA jest metodą parametryczną. Oznacza to, że do oszacowania funkcji produkcji lub kosztów służy funkcjonalna postać wartości granicznych. Takie metody wymagają dokładniejszej znajomości produkcji i ponoszonych kosztów. SFA szacuje efektywny koszt lub produkcję uwzględniając stochastyczny charakter danych wejściowych (Aigner, Lovell, Schmidt 1997).

Najistotniejszą cechą, wyróżniającą stochastyczną analizę graniczną wśród innych metod, jest oddzielanie błędów pomiaru od składnika odpowiedzialnego za nieefektywność. W odróżnieniu od pozostałych parametrycznych metod benchmarkingu uwzględnia się zakłócenia losowe, mogące wpływać na ostateczne wyniki pomiaru efektywności. Ten fakt z pewnością można uznać za główną zaletę tej metody. Graficzną ilustrację idei metody przedstawiono na rys. 1. Literami oznaczono analizowane jednostki. Zarówno obiekty leżące ponad poziomem granicznym (A, B, D) jak i poniżej (C, E) wykazują się pewną nieefektywnością. Problemem jest zidentyfikowanie w jakim stopniu na efektywność wpływają zakłócenia losowe. Podejście to wymaga czasami niełatwego określenia oddzielnych założeń co do rozkładu błędów i nieefektywności (Sarafidis 2002). Potencjalnie prowadzi to do poprawniejszych wyników, ale równocześnie stanowi duże utrudnienie dla niedoświadczonych analityków.



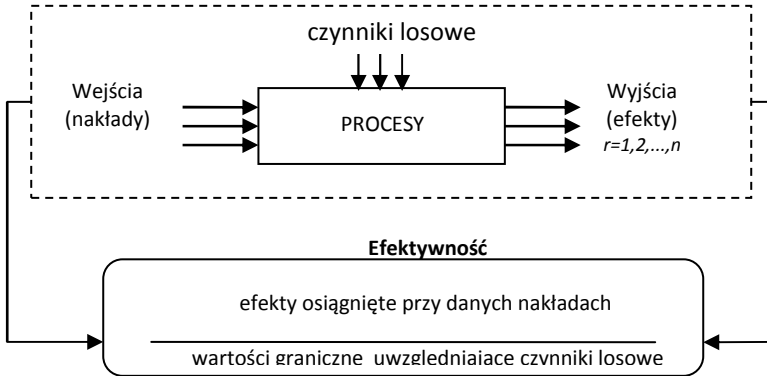
Źródło: opracowanie na podstawie (Sarafidis 2002).

Rys. 1. Idea stochastycznej analizy granicznej

2. Podstawy ekonomiczne

Omawiając stochastyczną analizę graniczną należy wyjaśnić podstawowe pojęcia związane z efektywnością oraz produkcją graniczną i kosztem granicznym. Miara efektywności działania systemu w ujęciu technicznym pojmowana jest jako produktywność (Kozieradzka, Lis 2000). Produktywność odnosi się

do wszelkich rodzajów działalności: produkcji dóbr, działalności usługowej (na przykład szkolnictwo czy usługi przemysłowe), administracji, przetwarzania informacji itp. Produktywność może być odnoszona do systemów różnych stopni, na przykład gospodarki narodowej, gałęzi, sektora, przedsiębiorstwa i do pojedynczych stanowisk prac. Dla celów praktycznej analizy efektywności zbudowano uproszczony model przedstawiony na rys. 2.



Źródło: opracowanie własne na podstawie: Lis S. (red.), 1999. *Vademecum produktywności*. Agencja Wydawniczo-Poligraficzna PLACET, Warszawa; oraz Osiewalski J., 2001. *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*. Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków.

Rys. 2. Graficzna ilustracja koncepcji efektywności technicznej z uwzględnieniem zakłóceń losowych.

Wyjścia systemu oznaczają produkty lub usługi wytwarzane i sprzedawane odbiorcom. Wejścia systemu to różnego rodzaju zasilenia, takie jak materiały, energia, informacje oraz zasoby systemu, takie jak m.in.: ludzie świadczący pracę i kapitał wykorzystywany do wytwarzania produktu wyjściowego. Czynnikiem losowym mogą być na przykład warunki atmosferyczne. Mogą one również być spowodowane błędem pomiaru wielkości wejść i wyjść lub też być wynikiem błędów w kierowaniu procesem produkcji. Złe gospodarowanie jest przyczyną powstawania odchyłeń o ujemnym znaku i znane jest w literaturze pod nazwą nieefektywności technicznej. Efektywność techniczną w przypadku stochastycznej analizy granicznej definiuje się jako stosunek osiągniętych efektów przy danych nakładach do granicznej wielkości efektu, w środowisku uwzględniającym czynnik losowy określony przez stochastyczną funkcję graniczną. Składa się ona ze wspólnej dla wszystkich producentów części deterministycznej oraz części specyficznej dla każdego producenta odzwierciedlającej efekt losowy (Osiewalski 2001).

W literaturze poruszano wiele sposobów oceny efektywności działania przedsiębiorstwa lub instytucji non-profit takich jak na przykład biblioteka czy szkoła. W przypadku stochastycznej analizy granicznej można oceniać efektywność na dwa sposoby:

- przez porównanie aktualnej wielkości produkcji z maksymalną, jaką dałoby się uzyskać przy ustalonych nakładach czynników (analiza efektywności technicznej na podstawie granicznej funkcji produkcji);
- przez porównanie faktycznie poniesionego kosztu z najmniejszym, przy którym dałoby się uzyskać ustaloną wielkość produkcji (analiza efektywności kosztowej na podstawie granicznej funkcji kosztu, wyznaczającej minimalny koszt danej produkcji przy danych cenach czynników).

Opisując produkcję graniczną należy uwzględnić funkcjonalną formę obszaru granicznego na wykresie technologii produkcji. Granicę tę wyznacza maksymalna wartość wyjścia osiągnięta przy danym wektorze wejść. Graniczna funkcja produkcji to maksymalna wielkość produkcji możliwa do uzyskania przy danych nakładach czynników. Produkcja graniczna dopuszcza granicę wyższą niż wynikającą z możliwości producenta. Efektywność techniczną otrzymuje się przez porównanie aktualnej wielkości produkcji z maksymalną, jaką dałoby się uzyskać przy ustalonych nakładach czynników produkcji (Kumbhakar 2000).

Przy swobodnym dostępie wszystkich badanych jednostek do tej samej technologii, graniczna funkcja kosztu reprezentuje minimalny koszt, jaki musiał być poniesiony przy danych cenach czynników i danym (zrealizowanym) poziomie produkcji. Gdy produkcja graniczna opisuje najlepszy możliwy do osiągnięcia pod względem technicznym produkt, koszt graniczny opisuje efekt produkcji pod względem ekonomicznym. Graniczną funkcję kosztu można zdefiniować jako minimalny koszt jaki musi być poniesiony przy danych cenach czynników i danym poziomie produkcji. Efektywność kosztową uzyskuje się przez porównanie faktycznie poniesionego kosztu z najmniejszym, przy którym dałoby się uzyskać ustaloną wielkość produkcji. Normą oceny działalności jednostek jest zmiana, jaka powstaje na skutek uwzględnienia przy produkcji granicznej kosztu granicznego. Osiągnięcie efektywności technicznej jest konieczne, ale niewystarczające do osiągnięcia efektywności kosztowej. Dzieje się tak, dlatego, że technicznie efektywny producent, może używać nieodpowiednich proporcji nakładów (wejść), biorąc pod uwagę ich ceny. Miara efektywności kosztowej zadana jest przez ułamek powstający w wyniku podzielenia kosztu minimalnego przez koszt zaobserwowany. Nie cała nieefektywność kosztowa jest koniecznie spowodowana nieefektywnością techniczną. Pozostała część nieefektywności i jest spowodowana złą alokacją nakładów w świetle odpowiadających im cen. Jednostka jest nieefektywna

kosztowo (ponosi koszty większe niż niezbędne) jeżeli jest nieefektywna technicznie, to znaczy angażuje zbyt duże (w stosunku do wymagań technologicznych) nakłady czynników produkcji w celu osiągnięcia danej wielkości produkcji, lub jest nieefektywna alokacyjnie, tj. proporcje nakładów czynników produkcji nie odpowiadają relacji ich cen rynkowych np. w zbyt dużym stopniu angażowane są czynniki o wysokiej cenie) (Kumbhakar 2000).

W zależności od potrzeb i dostępnych danych dobierana jest odpowiednia postać funkcji produkcji lub funkcji kosztu – stochastyczny model graniczny (ang. stochastic frontier model). W przypadku oceny efektywności technicznej stosowane są modele zbudowane na podstawie funkcji produkcji, a w przypadku efektywności kosztowej, na podstawie funkcji kosztu. Charakterystyka modeli nie jest jednak tematem tego artykułu. Zagadnienia związane ze stochastycznymi modelami granicznymi były już omawiane w literaturze zagranicznej (Aigner, Lovell, Schmidt 1977) oraz podejmowane w nauce polskiej (Wróbel-Rotter 2002).

3. Obszary zastosowań stochastycznej analizy granicznej

W tej części artykułu dokonano przeglądu literatury dotychczasowego dorobku nauki związanego z tematyką metody SFA. Analiza bibliograficzna była możliwa dzięki dostępowi do pełnotekstowych oraz bibliograficzno-abstraktowych baz danych czasopism elektronicznych. Wyszukiwanie przeprowadzono w bazach ELSEVIER, EBSCO, SPRINGER i Wiley Online.

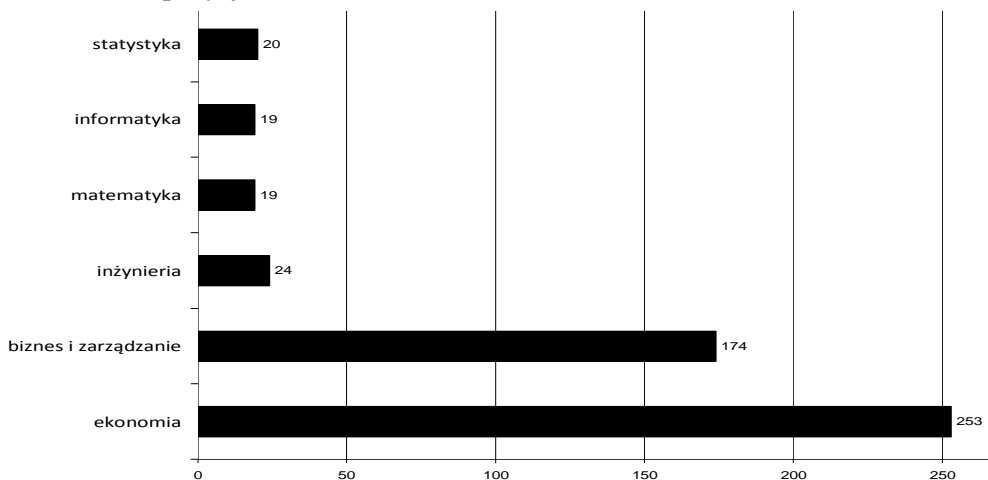
Tabela 1. Liczba rezultatów uzyskanych przy wyszukiwaniu wg słów kluczowych „stochastic frontier analysis” oraz „data envelopment analysis”.

zakres	w całym tekście		w tytule	
	„stochastic frontier analysis”	„data envelopment analysis”	„stochastic frontier analysis”	„data envelopment analysis”
Baza				
ELSEVIER	785	4760	21	529
EBSCO	457	5965	97	1470
SPRINGER	380	2343	24	238
Wiley	377	1176	14	83
Suma	1999	14244	156	2320

Źródło: opracowanie własne, stan baz na dzień 13.11.2012 r.

Zainteresowanie stochastyczną analizą graniczną odzwierciedlają w znacznym stopniu zagraniczne publikacje naukowe. Przegląd literatury opierał się na wyszukaniu w bazach bibliograficznych pozycji zawierających w tytule lub w treści anglojęzyczną nazwę metody czyli „stochastic frontier analysis”. Dla porównania wyszukiwano również publikacje dotyczące nieparametrycznej metody benchmarkingowej tj. analizy obwiedni danych DEA stosując jako słowo kluczowe anglojęzyczną nazwę metody. Uzyskane rezultaty potwierdzają ukazują dużo mniejsze zainteresowanie metodą SFA niż DEA. Publikacje związane z tematyką stochastycznej analizy granicznej występują w każdej bazie około sześć razy rzadziej. Średnio liczba wystąpień metody SFA stanowi ok. 17% liczby wystąpień metody DEA. Filtrując wyniki poprzez wybór dyscypliny naukowej ekonomia otrzymano 253 pozycje. Według klasyfikacji wydawnictwa Springer, stochastyczna analiza graniczna, właśnie w ekonomii, najczęściej znajduje swoje zastosowanie (ok. 66% dostępnych pozycji). Liczne publikacje ukazują się także w obszarze biznesu i zarządzania (174). Znacznie rzadziej metoda znajduje zwolenników wśród nauk takich jak inżynieria, matematyka, statystyka czy informatyka (rys. 3).

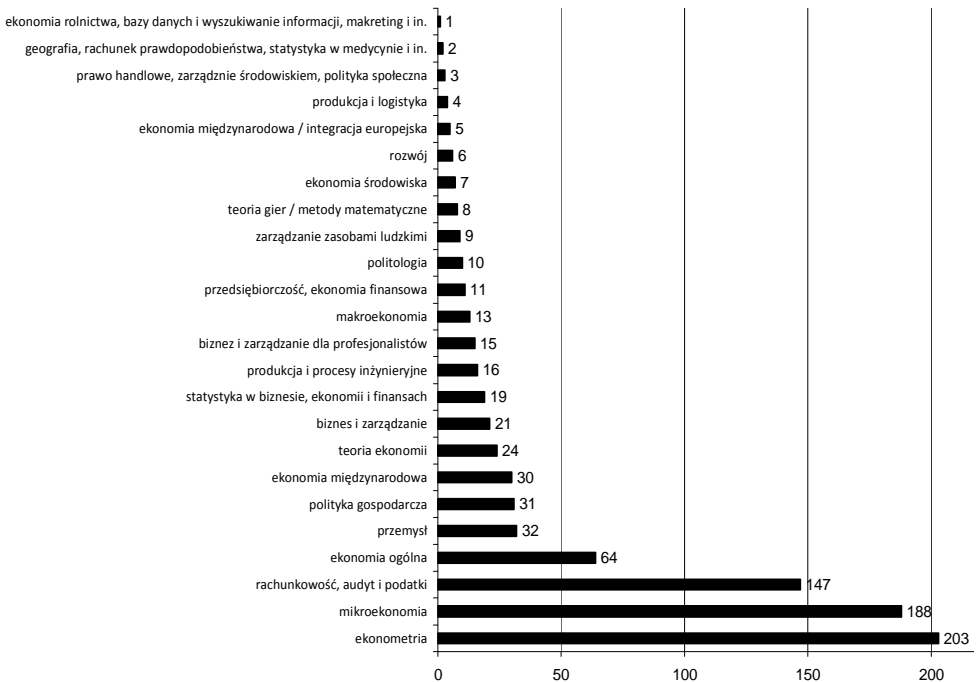
W bazie Springer znajduje się 289 artykułów dotyczących lub nawiązujących do stochastycznej analizy granicznej oraz 91 rozdziałów książek (łącznie 380 pozycji). Dla porównania rezultaty dla analizy obwiedni danych wskazują na 1462 artykuły, 837 rozdziałów, 14 książek i 30 wpisów encyklopedycznych (łącznie 2343 pozycje).



Źródło: opracowanie własne, stan bazy SPRINGER na dzień 13.11.2012 r.

Rys. 3. Liczba publikacji dotyczących stochastycznej analizy granicznej w różnych dyscyplinach naukowych.

Aby określić obszary zastosowania metody w ekonomii zastosowano filtr w wyszukanych publikacjach i ograniczono się do 253 publikacji. Dzięki czemu możliwa stała się dalsza analiza z podziałem na kolejne kategorie (rys. 4). Najczęściej prace, w których uwzględniana była stochastyczna analiza graniczna dotyczyły ekonometrii (203), mikroekonomii (188) oraz rachunkowości, audytu i podatków (147). Rzadziej w pracach z dyscypliny ekonomia wystąpiły prace dotyczące przemysłu, polityki gospodarczej czy biznesu i zarządzania (poniżej 10% publikacji ogółem). Bardzo rzadkimi kategoriami (poniżej 1% publikacji ogółem) była m.in. produkcja i logistyka czy prawo handlowe.

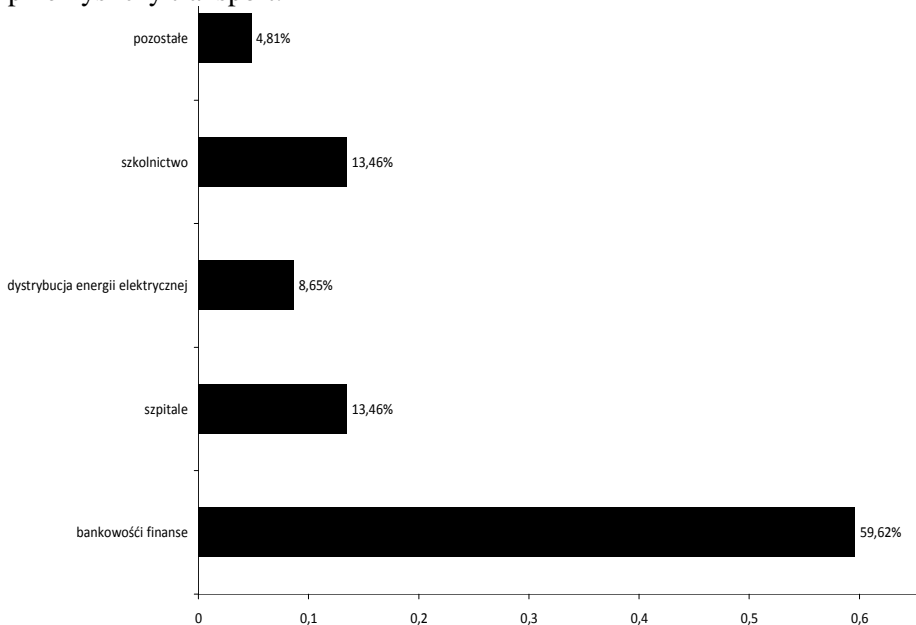


Źródło: opracowanie własne, stan bazy na dzień 13.11.2012 r.

Rys. 4. Liczba publikacji dotyczących stochastycznej analizy granicznej w ekonomii w bazie SPRINGER.

Na podstawie wyników uzyskanych w bazie EBCSO wyróżniono przedmiot badań stochastycznej analizy granicznej (rys. 5). Wśród rezultatów najczęściej analizowaną branżą były banki (ok. 60% publikacji branżowych). Na podobnym poziomie kształtowało zainteresowanie się wykorzystania metody w szkolnictwie,

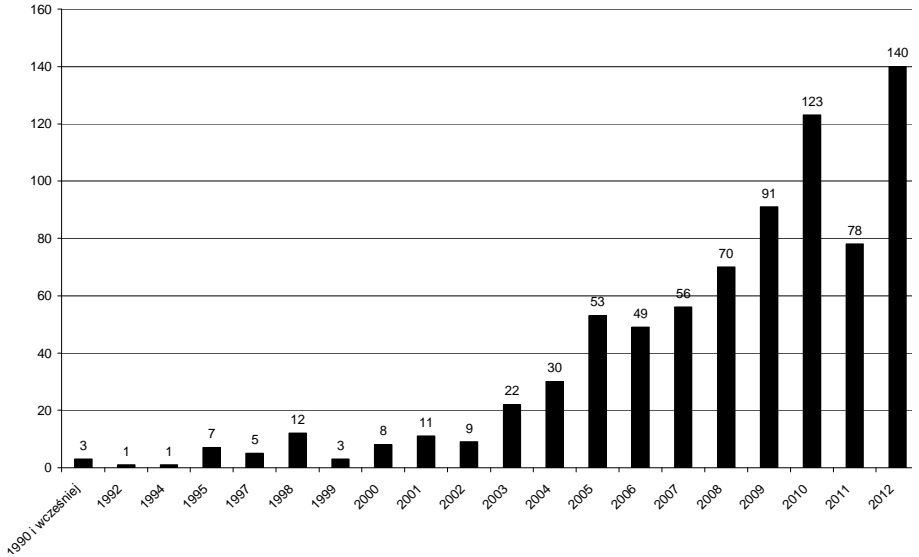
szpitalach (ok. 13%) oraz do efektywności działania dystrybutorów energii elektrycznej (9%). Wśród pozostałych zastosowań (ok. 5%) znalazły się takie branże jak przemysł czy transport.



Źródło: opracowanie własne, stan bazy na 13.11.2012 r.

Rys. 5. Przedmiot badań stochastycznej analizy granicznej na podstawie rezultatów uzyskanych w bazie EBSCO.

Dokonano również analizy liczby publikowanych prac na przełomie ostatnich lat (rys. 6). Wykorzystano w tym celu rezultaty otrzymane w bazie ELSEVIER (wyszukiwanie wg słów kluczowych „stochastic frontier analysis” we wszystkich polach). Analiza pokazała tendencję wzrostową zainteresowania metodą w ostatniej dekadzie. W 2012 r. opublikowano najwięcej jak do tej pory pozycji związanych tematycznie ze stochastyczną analizą graniczną (140 publikacji). Należy się spodziewać jeszcze większej liczby publikacji w roku kolejnym.



Źródło: opracowanie własne, stan bazy na 13.11.2012 r.

Rys. 6. Liczba publikacji dotyczących stochastycznej analizy granicznej w bazie ELSEVIER.

Przegląd obszarów zastosowania stochastycznej analizy granicznej uwzględnił również publikacje polskich badaczy. Nie było ich wiele. Wśród głównych autorów publikujących w tej tematyce należy z pewnością wyróżnić prace profesora Osiewalskiego z zakresu oceny efektywności kosztowej polskich bibliotek oraz banków czy efektywności spółek dystrybucyjnych energii elektrycznej (Osiewalski, Osiewalska 2003, 2006; Marzec, Osiewalski 2003; Osiewalski, Wróbel-Rotter 2002, 2012) Innymi twórcami podejmującymi tematykę SFA na polskim gruncie są m.in.: Nazarko, Barbarski, Bezat (Nazarko, Chrabołowska 2005; Barbarski 2010; Bezat 2011). Polskie publikacje ograniczają się przede wszystkim do zastosowań w zakresie bankowości i finansów, bibliotek publicznych oraz systemów dystrybucji energii. Nikt na gruncie polskim nie podejmował do tej pory, tak popularnej na świecie, tematyki oceny efektywności kosztowej szpitali. Z pewnością duży wpływ na ten fakt może mieć specyfika polskiej opieki zdrowotnej oraz trudność z pozyskaniem danych do analizy.

Podsumowanie

W literaturze odnaleźć można różne przykłady zastosowań metod benchmarkingowych. Stochastyczna analizą graniczną zajmują się w większości badacze za granicą. Zdecydowanie więcej uwagi poświęca się jednak metodzie obwiedni danych (DEA). Taki stan wynikać może z trudności związanych z zastosowaniem stochastycznej analizy danych (znajomość postaci funkcyjnej, złożoność obliczeniowa) oraz brakiem gotowych narzędzi, które mogłyby wspomóc pracę analityków.

Stochastyczną analizę graniczną wykorzystuje się przede wszystkim w naukach ekonomicznych oraz biznesie i zarządzaniu. Najliczniejsze publikacje wykorzystujące SFA dotyczą ekonometrii i mikroekonomii. Podmiotami będącymi najczęściej podmiotami analizy są banki, szpitale, szkoły oraz dystrybutorzy energii elektrycznej. Zauważalny jest wzrost zainteresowania metodą na świecie. Z roku na rok przybywa kolejnych publikacji związanych z SFA.

Do chwili obecnej, oprócz opracowań Osiewalskiego, pojawiły się zaledwie pojedyncze przykłady wykorzystania metody w polskich warunkach. Jednak wraz ze wzrostem zainteresowania metodą na świecie, wzrosnąć powinno zainteresowanie metodą w Polsce. Ciekawym przykładem zastosowania metody mogłoby okazać się wykorzystanie SFA do oceny efektywności kosztowej szpitali polskich. Istnieją liczne publikacje zagraniczne, w których to właśnie szpitale poddaje się analizie tą metodą. Podążając za badaczami na świecie należałoby podjąć się takiej próby również na gruncie polskim.

Piśmiennictwo

1. Aigner D., Lovell C.A., Schmidt P., 1997. *Formulation and estimation of stochastic frontier production function models*. Journal of Econometrics 6.
2. Barburski J., 2010. *Ekonometryczny pomiar efektywności ekonomicznej instytucji finansowych. Stochastyczny model graniczny kosztów*. Bank i Kredyt 41 (1), s. 31–56.
3. Bezat A., 2011. *Estimation of technical efficiency by application of the SFA method for panel data*. Zeszyty Naukowe Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie. Problemy Rolnictwa Światowego tom 11(26), nr 3, s. 5-13.
4. Kozieradzka A., Lis S., 2000. *Produktywność. Metody analizy oceny i tworzenia programów poprawy*, Oficyna Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
5. Kumbhakar S.C., 2000. *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge University Press.
6. Lis S. (red.), 1999. *Vademecum produktywności*. Agencja Wydawniczo-Poligraficzna PLACET, Warszawa.

7. Marzec J., Osiewalski J., 2003. *Bayesowskie graniczne modele kosztów dla oddziałów banku. Wnioskowanie o efektywności kosztowej i jej determinantach*. Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie 628, s. 23-51.
8. Nazarko J., Chraubołowska J., 2005. *Benchmarking w ocenie efektywności krajowych spółek dystrybucyjnych energii elektrycznej*. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Taksonomia 12, Wrocław.
9. Osiewalski J., 2001. *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*. Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków.
10. Osiewalski J., Wróbel-Rotter R., 2002. *Bayesowski model efektów losowych w analizie efektywności kosztowej (na przykładzie elektrowni i elektrociepłowni polskich)*. Przegląd Statystyczny 49, s. 47-68.
11. Osiewalski J., Wróbel-Rotter R., 2012. *Model ekonometryczny – narzędzie oceny efektywności operatorów systemów dystrybucyjnych elektroenergetycznych*. Biuletyn Urzędu Regulacji Energetyki 1 (79).
12. Osiewalski J., Osiewalska A., 2003. *Ocena efektywności kosztowej bibliotek akademickich na podstawie danych przekrojowo-czasowych*. Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie 628, s. 5-21.
13. Osiewalski J., Osiewalska A., 2006. *Stochastyczna graniczna funkcja kosztu dla polskich bibliotek publicznych*. (w:) A. Zeliaś (red.). *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*. Materiały z XXVII Ogólnopolskiego Seminarium Naukowego. Zakopane 26-29.04.2005. Akademia Ekonomiczna w Krakowie, s. 179-193.
14. Ruggiero J., 1999. *Efficiency estimation and terror decomposition in the stochastic frontier model: A Monte Carlo analysis*. European Journal of Operational Research 115.
15. Sarafidis V., 2002. *An Assessment of Comperative Efficiency Measurment Techniques*. Europe Economics.