

Joanicjusz Nazarko, Joanna Chrałońska, Mikołaj Rybaczuk  
Politechnika Białostocka

## ZASTOSOWANIE WIELOSEZONOWEGO MODELU ARIMA W PROGNOZOWANIU OBCIĄŻEŃ MOCĄ ELEKTRYCZNĄ

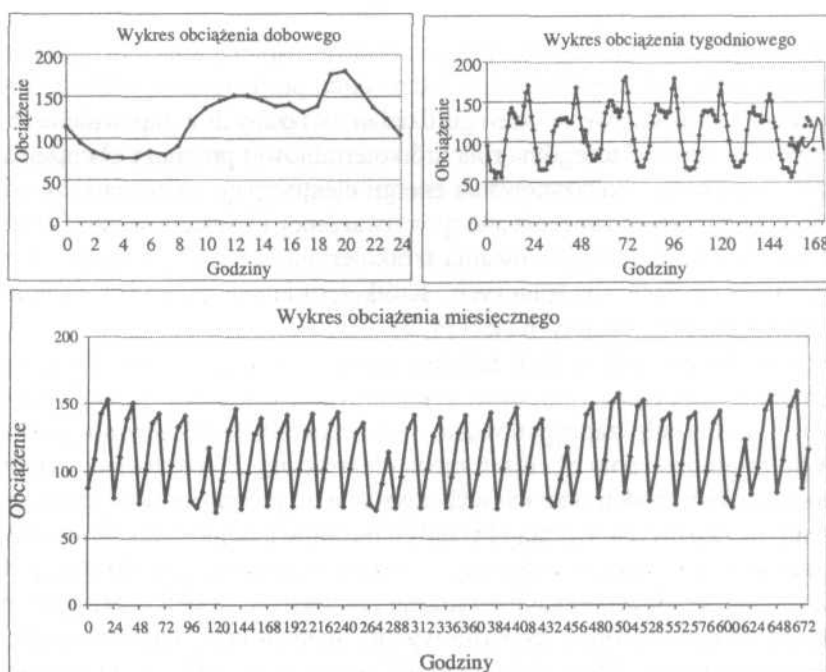
### 1. Wstęp

Krótkoterminowe (operacyjne) prognozowanie zapotrzebowania na moc elektryczną jest kluczowym zagadnieniem w sterowaniu pracą systemu elektroenergetycznego. Stanowi ono podstawę do szeregu działań związanych z zapewnieniem niezawodnej pracy systemu. Szczególna rola krótkoterminowej prognozy obciążenia wynika z braku możliwości magazynowania energii elektrycznej, co pociąga za sobą konieczność ciągłego równoważenia mocy wytwarzanej i konsumowanej. W artykule rozpatrzono zagadnienie prognozowania krótkoterminowego (1-24 godz.) w elektroenergetycznych sieciach rozdzielczych. Krótkoterminowa prognoza obciążeń jest podstawą prowadzenia ruchu tych sieci [4; 5].

Jedną z najistotniejszych cech procesu obciążenia mocą elektryczną jest jego wielookresowa zmienność: dobową, tygodniową i sezonową. Uwzględniając tę właściwość, w artykule zaproponowano wykorzystanie wielosezonowych modeli ARMA do prognozowania obciążeń mocą elektryczną. Przedstawiono zatem metodykę budowy takich modeli oraz ich wykorzystanie do prognozowania jednowymiarowych szeregów czasowych. Opisano i przedyskutowano kolejne etapy tworzenia modelu wielosezonowego: analizę dostępnego szeregu czasowego, transformację danych, identyfikację potencjalnych modeli, estymację parametrów modeli oraz wybór modelu optymalnego. Przeprowadzono dyskusję wyboru modelu oraz dokonano jego sprawdzenia diagnostycznego. Tak wybrany model był podstawą obliczenia prognozy obciążenia mocą elektryczną wybranego obszaru.

## 2. Proces zapotrzebowania na moc elektryczną

Zapotrzebowanie na moc elektryczną dostarczaną z danego węzła sieci jest sumą chwilowych zapotrzebowań wszystkich odbiorników energii elektrycznej zasilanych z tego węzła. Różne odbiorniki mają różne charakterystyki zapotrzebowania na moc, mogą być także użytkowane w różny sposób i w różnym czasie. Ze względu na dużą liczbę odbiorników w sieci rozdzielczej nie jest możliwa indywidualna analiza ich pracy. W związku z tym zapotrzebowanie na moc poszczególnych pojedynczych odbiorników może być traktowane jako wartość losowa. W efekcie całkowite, sumaryczne zapotrzebowanie na moc grupy odbiorników zasilanych ze wspólnego węzła może być rozpatrywane jako funkcja czasu, której wartości w każdym momencie są zmiennymi losowymi. Matematycznym modelem dogodnym do opisu struktury probabilistycznej procesu obciążeń jest proces stochastyczny. Realizację procesów zapotrzebowania na moc w węzłach sieci elektroenergetycznej w chronologicznie uporządkowanych przedziałach czasu określa się mianem krzywej obciążenia. Dla poszczególnych grup odbiorców charakteryzuje się ona pewnym typowym cyklicznie powtarzającym się kształtem. Jest to przejaw niestacjonarności tych procesów [5]. Na rys. 1 pokazano krzywe obciążenia dobowego, tygodniowego i miesięcznego wybranej linii średniego napięcia zasilającej obszar miejski.



Rys. 1. Wykresy krzywych obciążenia dobowego, tygodniowego i miesięcznego wybranej linii średniego napięcia

Źródło: opracowanie własne.

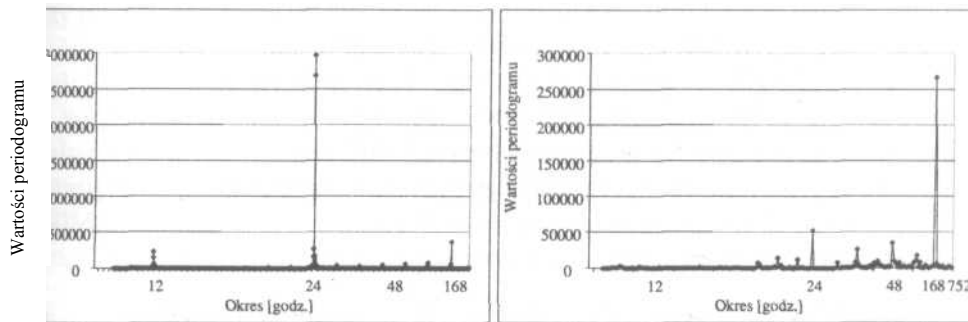
Energia elektryczna jest zwykle nabywana przez odbiorców jako produkt przejściowy służący zaspokajaniu innych potrzeb finalnych związanych z wieloma aspektami ich funkcjonowania społecznego i gospodarczego. Znajduje to odzwierciedlenie w specyficznym kształcie krzywych obciążeń charakteryzujących różne grupy odbiorców energii elektrycznej, wynikającym ze składu odbiorników oraz sposobu ich użytkowania.

### 3. Analiza widmowa szeregu czasowego obciążeń

Analiza kształtu krzywych obciążeń wskazuje, że główną cechą charakteryzującą procesy obciążenia w węzłach sieci rozdzielczej jest ich cykliczność.

Dogodnym narzędziem do wykrywania zdeterminowanych składowych okresowych maskowanych przez szum losowy jest analiza szeregów czasowych w dziedzinie częstotliwości [1]. Strukturę częstotliwościową procesu losowego dobrze opisuje widmowa gęstość mocy, która może być zdefiniowana jako transformata Fouriera funkcji autokorelacji. Estymator gęstości widmowej, uzyskany na podstawie skończonego fragmentu realizacji, jest nazywany periodogramem [1].

Na rys. 2 pokazano periodogramy procesu obciążenia wybranej linii średniego napięcia dla przebiegu oryginalnego i po zróżnicowaniu dobowym. Obciążenia linii rejestrowane były w odstępach godzinnych.



Rys. 2. Periodogram szeregu czasowego obciążeń wybranej linii średniego napięcia:  
a) szereg oryginalny, b) szereg zróżnicowany sezonowo ( $D = 24$ )

Źródło: opracowanie własne.

Analiza periodogramów procesów obciążeń (rys. 2) wskazuje, że w rozpatrywanym przedziale czasu (dwanaście tygodni) najsilniej uwidacznia się okresowość dobową (rys. 2a). Okresowość tygodniowa przejawia się znacznie słabiej. Jest to m.in. wynik niejednorodności poszczególnych tygodni, np. występowania sobót roboczych i innych świąt przypadających w różne dni tygodnia.

Jednym ze sposobów eliminacji składowej okresowej z szeregu czasowego, stosowanym w metodzie Boxa-Jenkinsa, jest różnicowanie sezonowe szeregu [1; 2].

W analizowanym przypadku zastosowano różnicowanie sezonowe dla opóźnienia 24 godz. ( $D = 24$ ). Zróżnicowany szereg obciążeń ponownie poddano analizie widmowej (rys. 2b). W szeregu zróżnicowanym dominuje okresowość tygodniowa. Wykonana analiza widmowa szeregu wskazuje, że w rozpatrywanym przedziale czasu w dalszych badaniach należy uwzględnić dwie składowe sezonowe szeregu: o okresie 24 i 168 godzin, czyli składową dobową i tygodniową.

#### 4. Wielosezonowe modele ARIMA w analizie szeregów czasowych

Modele ARIMA, czyli scałkowane procesy autoregresji i średniej ruchomej, są bardzo ogólną klasą szeregów czasowych. Ich budowa oparta jest na zjawisku autokorelacji. Mogą być one stosowane do modelowania stacjonarnych szeregów czasowych lub szeregów niestacjonarnych sprowadzalnych do stacjonarnych.

Do zapisu postaci wielosezonowych modeli ARIMA przyjęto notację opartą na konwencji zaproponowanej przez Boxa i Jenkinsa [1; 2]:

$$ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s \times (\Pi, \Delta, \Omega)_S,$$

gdzie:  $p$  - rząd autoregresji,  
 $q$  - rząd średniej ruchomej,  
 $d$  - rząd różnicowania (integracji),  
 $s$  - pierwszy okres sezonowości,  
 $S$  - drugi okres sezonowości,  
 $P$  - rząd autoregresji pierwszego okresu sezonowości,  
 $Q$  - rząd średniej ruchomej pierwszego okresu sezonowości,  
 $D$  - rząd pierwszego różnicowania sezonowego,  
 $\Pi$  - rząd autoregresji drugiego okresu sezonowości,  
 $\Delta$  - rząd średniej ruchomej drugiego okresu sezonowości,  
 $\Omega$  - rząd drugiego różnicowania sezonowego.

W postaci operatorowej model (1) można zapisać jako:

$$\varphi(B)\phi(B^s)\Phi(B^S)(1-B)^d(1-B^s)^U(1-B^S)^\Delta = \vartheta(B)\theta(B^s)\Theta(B^S)e_t,$$

przy czym:

$$\begin{aligned} \varphi(B) &= 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p, & \vartheta(B) &= 1 - \vartheta_1 B - \vartheta_2 B^2 - \dots - \vartheta_q B^q, \\ \phi(B^s) &= 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_p B^{ps}, & \theta(B^s) &= 1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_Q B^{Qs}, \\ \Phi(B^S) &= 1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \dots - \Phi_\Pi B^{\Pi S}, & \Theta(B^S) &= 1 - \Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \dots - \Theta_\Omega B^{\Omega S}, \end{aligned}$$

gdzie:  $B$  - operator przesunięcia wstecz,  $\varphi(B)$  - operator autoregresji,  
 $\Phi(B^S)$  - operator autoregresji pierwszego okresu sezonowości,

$\Phi(B^S)$ - operator autoregresji drugiego okresu sezonowości,  
 $v(B)$ - operator średniej ruchomej,  
 $\theta(B)$  - operator średniej ruchomej pierwszego okresu sezonowości,  
 $\Theta(B^S)$  - operator średniej ruchomej drugiego okresu sezonowości,  
 $\varphi_i, \Phi_i, \Phi_s, v_i, \theta_i, \Theta_i$  - parametry modelu.

Proces budowy modeli ARIMA można ująć w trzy podstawowe fazy: identyfikację, estymację i testy oraz zastosowanie [1; 2].

W fazie pierwszej następuje wstępna identyfikacja cech analizowanego szeregu czasowego. Podejmowana jest decyzja o potrzebie transformacji danych w celu stabilizacji wariancji i/lub o różnicowaniu szeregu w celu stabilizacji średniej. Dla szeregu stacjonarnego dokonuje się identyfikacji jego potencjalnych modeli poprzez badanie funkcji autokorelacji (ACF) i autokorelacji cząstkowej (PACF).

W fazie drugiej szacowane są parametry wybranych modeli. Ostateczny wybór modelu następuje zazwyczaj na podstawie analizy kilku kryteriów, tj. istotności parametrów modelu, błędu średniokwadratowego oraz kryterium informacyjnego.

Wybrany model poddany jest następnie sprawdzeniu diagnostycznemu. Podstawą diagnostyki jest analiza własności reszt modelu. Jeżeli reszty modelu są procesem białego szumu, nie występują znaczące wartości funkcji ACF lub PACF szeregu reszt modelu, to model może zostać zastosowany do prognozowania. W przeciwnym wypadku należy wrócić do fazy drugiej i wybrać inny model lub do fazy pierwszej i dokonać ponownej identyfikacji modelu.

W fazie trzeciej następuje wykorzystanie modelu do sporządzenia prognozy, czyli jego implementacja.

W przypadku szeregów wykazujących kilka okresów zmienności sezonowej podstawowym problemem jest estymacja parametrów modelu. Popularne pakiety statystyczne nie oferują opcji estymacji parametrów wielosezonowych modeli ARIMA. Autorzy artykułu przeprowadzili obliczenia za pomocą pakietu *SCA Statistical System* [3].

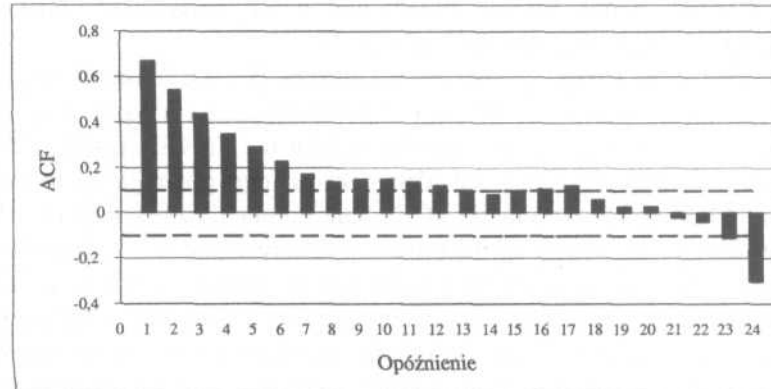
## 5. Wielosezonowy model ARIMA procesu obciążenia mocą elektryczną

W artykule przeanalizowano szereg czasowy obciążenia mocą elektryczną linii elektroenergetycznej średniego napięcia (15 kV) zasilającej fragment obszaru miejskiego. Odbiorcy energii elektrycznej na zasilanym obszarze mają charakter komunalno-bytowy oraz komunalno-usługowy.

Okres pomiaru obciążeń wynosił 12 tygodni. Obciążenia były rejestrowane w odstępach godzinnych. Uzyskany szereg czasowy obciążeń liczył 2017 cogodzinnych obserwacji, z czego do budowy modelu przyjęto 1993 obserwacje, natomiast

24 ostatnie pozostawiono w celu porównania z prognozami uzyskanymi w rezultacie zastosowania modelu.

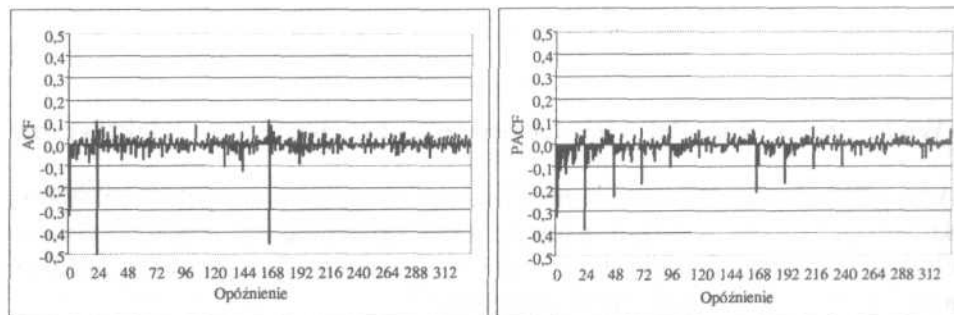
Ze wstępnej oceny szeregu obciążeń wynika, iż w szeregu występują dwa podstawowe okresy zmienności sezonowej: dobowy oraz tygodniowy. Wyniki powyższej analizy sugerują konieczność jego różnicowania, w celu uzyskania stacjonarności, dla dwóch okresów sezonowości:  $D = 24$  oraz  $i_2 = 168$ .



Rys. 3. Funkcja ACF szeregu obciążeń po dwukrotnym zróżnicowaniu sezonowym ( $D = 24$  oraz  $\Omega = 168$ )  
Źródło: opracowanie własne.

Dogodnym narzędziem badania stacjonarności szeregu ze względu na średnią jest korelogram. Obliczone dla tak zróżnicowanego (zintegrowanego) szeregu obciążeń wartości współczynników autokorelacji przedstawiono na rys. 4.

Przebieg funkcji autokorelacji sugeruje niestacjonarność szeregu. Wskazuje to na konieczność wykonania również różnicowania rzędu pierwszego. Na rys. 4 pokazano przebiegi funkcji ACF i PACF dla szeregu obciążeń po dwukrotnym zróżnicowaniu sezonowym oraz zróżnicowaniu rzędu pierwszego.



Rys. 4. Funkcje ACF i PACF szeregu obciążeń po dwukrotnym zróżnicowaniu sezonowym ( $D = 24$  oraz  $\Omega = 168$ ) oraz zróżnicowaniu rzędu pierwszego ( $d = 1$ )  
Źródło: opracowanie własne.

Analiza wykresów funkcji ACF i PACF może być podstawą identyfikacji modelu szeregu. Dla badanego szeregu przebieg funkcji ACF wykazuje pojedyncze znaczące wartości dla opóźnień 1, 24 i 168. Natomiast funkcja PACF wykazuje wykładnicze zanikanie pierwszych wartości oraz dla okresów dobowego i tygodniowego. Taki obraz przebiegu funkcji ACF i PACF jest charakterystyczny dla modeli średniej ruchomej. W analizowanym przypadku obraz jest dość klarowny i wskazuje na model  $ARIMA(0,1,1) \times (0,1,1)_{24} \times (0,1,1)_{168}$ . Model ten w postaci operatorowej można zapisać jako:

$$(1 - B)(1 - B^{24})(1 - B^{168})y_t = (1 - \vartheta_1 B)(1 - \theta_1 B^{24})(1 - \Theta_1 B^{168})e_t. \quad (4)$$

Estymacji parametrów modelu dokonano za pomocą pakietu *SCA Statistical System*, zgodnie z dokładnym algorytmem metody największej wiarygodności według Hilmera i Tao [3]. Uzyskane oszacowania parametrów modelu zestawiono w tab. 1.

Tabela 1. Oszacowane wartości parametrów modelu

Parametr	Wartość oceny parametru	Błąd standardowy	Wartość statystyki t
$\vartheta_1$	0,3896	0,0217	17,93
$\theta_1$	0,7124	0,0171	41,55
$\Theta_1$	0,6568	0,0185	35,46

Źródło: obliczenia własne za pomocą pakietu *SCA Statistical System* [3].

Oszacowane parametry modelu są istotne i spełniają warunki stabilności modelu.

Rezygnując z zapisu operatorowego uzyskuje się model zapisany w postaci jawnej jako:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t = & y_{t-1} + y_{t-24} - y_{t-25} + y_{t-168} - y_{t-169} - y_{t-192} + y_{t-193} + \\ & + e_t - \hat{\vartheta}_1 e_{t-1} - \hat{\theta}_1 e_{t-24} + \hat{\vartheta}_1 \hat{\theta}_1 e_{t-25} - \hat{\Theta}_1 e_{t-168} + \hat{\vartheta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-169} + \hat{\theta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-192} - \hat{\vartheta}_1 \hat{\theta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-193}, \end{aligned} \quad (5)$$

Oszacowany model poddano następnie sprawdzeniu diagnostycznemu. Wyznaczone przebiegi funkcji ACF i PACF reszt modelu wskazywały na brak autokorelacji reszt. Dla funkcji autokorelacji reszt modelu wykonano obliczenia według testu zgodności Boxa-Pierce'a, który nie dał podstaw do odrzucenia hipotezy o losowości reszt modelu [1; 2]. Wobec pozytywnych wyników sprawdzenia diagnostycznego, oszacowany model uznano za przydatny do obliczenia prognoz obciążenia wybranej linii średniego napięcia na kolejne godziny.

Po przeindeksowaniu uzyskuje się postać modelu dogodną do obliczenia prognoz:

$$\begin{aligned} y_{t+1}^* = & y_t + y_{t-23} - y_{t-24} + y_{t-167} - y_{t-168} - y_{t-191} + y_{t-192} + \\ & - \hat{\vartheta}_1 e_t - \hat{\theta}_1 e_{t-23} + \hat{\vartheta}_1 \hat{\theta}_1 e_{t-24} - \hat{\Theta}_1 e_{t-167} + \hat{\vartheta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-168} + \hat{\theta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-191} - \hat{\vartheta}_1 \hat{\theta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-192} \quad (6) \\ & \vdots \\ y_{t+24}^* = & y_{t+23}^* + y_t - y_{t-1} + y_{t-144} - y_{t-145} - y_{t-168} + y_{t-169} + \\ & - \hat{\theta}_1 e_t + \hat{\vartheta}_1 \hat{\theta}_1 e_{t-1} - \hat{\Theta}_1 e_{t-144} + \hat{\vartheta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-145} + \hat{\theta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-168} - \hat{\vartheta}_1 \hat{\theta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-169} \end{aligned}$$

gdzie:  $y_{t+m}^*$  - prognoza wartości zmiennej prognozowanej na okres  $t+m$ .

Po podstawieniu wartości parametrów z tab. 1 uzyskuje się następujące zależności:

$$y_{t+1}^* = y_t + y_{t-23} - y_{t-24} + y_{t-167} - y_{t-168} - y_{t-191} + y_{t-192} +$$

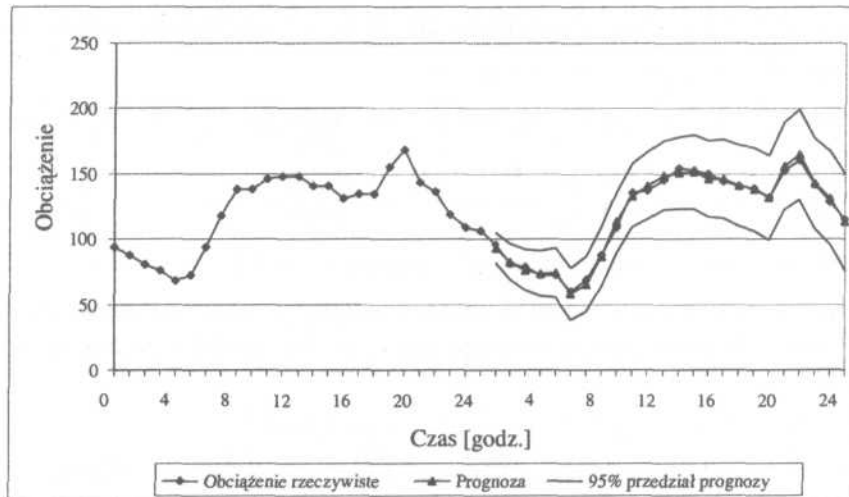
$$-0,3896e_t - 0,7124e_{t-23} + 0,2776e_{t-24} - 0,6568e_{t-167} + 0,2559e_{t-168} +$$

$$+0,4679e_{t-191} - 0,1823e_{t-192}$$

⋮

$$y_{t+24}^* = y_{t+23}^* + y_t - y_{t-1} + y_{t-144} - y_{t-145} - y_{t-168} + y_{t-169} +$$

$$-0,7124e_t + 0,2776e_{t-1} - 0,6568e_{t-144} + 0,2559e_{t-145} + 0,4679e_{t-168} - 0,1823e_{t-169}$$



Rys. 5. Przebieg rzeczywistego i prognozowanego szeregu obciążeń wybranej linii 15 kV  
Źródło: opracowanie własne.

Korzystając z modelu (6), obliczono prognozę obciążenia na kolejne (od 1 do 24) godziny następnego dnia. Uzyskane wyniki porównano z rzeczywistą wartością obciążeń. Wyniki obliczeń pokazano na rys. 5. Wykresy rzeczywistego i prognozowanego przebiegu obciążenia wykazują dużą zgodność. Maksymalny błąd względny prognozy nie przekroczył 3,5%. Szerokość 95% przedziału prognozy również nie przekracza  $\pm 15\%$ . Otrzymane wyniki wskazują na bardzo dobrą jakość krótkoterminowej prognozy obciążenia mocą elektryczną uzyskanej za pomocą wielosezonowego modelu ARIMA.

## 6. Wnioski

Istnieje wiele metod krótkoterminowego prognozowania obciążeń mocą elektryczną [4; 6], ale w literaturze ciągle pojawiają się opisy nowych lub udoskonalono-



nych metod sporządzania takich prognoz. Świadczy to o istotności problemu dla energetyki. Proponowane podejście poszerza metodykę prognozowania stosowaną dotychczas w elektroenergetyce o nową klasę modeli ARIMA, wzbogacając jednocześnie wiedzę o charakterze mechanizmów kształtujących zapotrzebowanie na moc elektryczną. Ocena jakości obliczonej prognozy wskazuje na dużą skuteczność wielosezonowych modeli ARIMA w prognozowaniu obciążeń mocą elektryczną.

Wykorzystując wielosezonowe modele ARIMA do prognozowania szeregów czasowych, można spotkać się z wieloma zagadnieniami m.in. dotyczącymi estymacji parametrów modelu. Opracowanie modeli jest dosyć pracochłonne i wymaga specjalistycznej wiedzy. Wydaje się jednak, że uzyskane rezultaty zachęcają do dalszych studiów w tym zakresie.

### Literatura

- [1] Box G.E.P., Jenkins G.M., *Analiza szeregów czasowych. Prognozowanie i sterowanie*, PWN, Warszawa 1983.
- [2] DeLurgio S.A., *Forecasting Principles and Applications*, Irwin/McGraw-Hill, Boston 1998.
- [3] Liu L., Hudak G.B., *Forecasting and Time Series Analysis Using the SCA Statistical System*, Scientific Computing Associates Corp., Chicago 2000.
- [4] Lotufo A.D.P., Minussi C.R., *Electric Power System Load Forecasting: A Survey*, IEEE International Conference on Electric Power Engineering "PowerTech", Budapest 1999.
- [5] Nazarko J., *Modelling of Electrical Power Distribution Systems*, Białystok Technical University, Białystok 1995.
- [6] Temraz H.K., Salama M.M.A., Chikhani A.Y., *Review of Electric Load Forecasting Methods*, IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, St. Johns 1997.

Artykuł powstał w ramach prac badawczych W/WZ/3/02 oraz W/WZ/7/03.

### MULTI-SEASONAL ARIMA MODELS IN ELECTRICAL LOAD FORECASTING

#### Summary

The paper presents construction methodology of multi-seasonal ARIMA models and their application in electrical load forecasting. The extended approach based on Box and Jenkins methodology has been employed.

Consecutive phases of constructing the model have been described and discussed on the basis of a medium voltage power line. The approach proposed in the paper broadens methodology of forecasting that has been hitherto implemented in the power sector and the same time enriches the knowledge of mechanism character forming demand for electric load. Conducted quality assessment of obtained results indicates great efficiency of multi-seasonal ARIMA models in electrical load forecasting.